

**BEBERAPA TANTANGAN PADA PEMODELAN
DAN ANALISIS RANTAI MARKOV WAKTU
KONTINU DAN SOLUSINYA**



UNIVERSITAS GADJAH MADA

**Pidato Pengukuhan Jabatan Guru Besar
dalam Bidang Ilmu Komputer
pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Gadjah Mada**

**Disampaikan pada Pengukuhan Guru Besar
Universitas Gadjah Mada
Tanggal 20 Juni 2023
di Yogyakarta**

**Oleh:
Prof. Dr.-Ing. Mhd. Reza M. I. Pulungan, S.Si., M.Sc.**

Bismillahirrohmanirrohim.
Assalamu'alaikum warohmatullohi wabarokatuh.
Selamat pagi dan salam sejahtera untuk kita semua.

Yang saya hormati,
Pimpinan dan segenap anggota Majelis Wali Amanat Universitas
Gadjah Mada;
Rektor dan para Wakil Rektor Universitas Gadjah Mada;
Pimpinan dan segenap anggota Senat Akademik Universitas Gadjah
Mada;
Pimpinan dan segenap anggota Dewan Guru Besar Universitas Gadjah
Mada;
Pimpinan dan segenap anggota Senat Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada;
Dekan, para Wakil Dekan, Ketua dan Sekretaris Departemen, Ketua
dan Sekretaris Program Sudi, dan Kepala Laboratorium di
lingkungan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Gadjah Mada;
Para Dekan, Wakil Dekan, dan Ketua Lembaga di lingkungan
Universitas Gadjah Mada;
Segenap sivitas akademika, khususnya para dosen dan staf
kependidikan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Gadjah Mada;
Para tamu undangan, handai tolan, kerabat, saudara, keluarga saya,
dan para hadirin yang saya muliakan.

Alhamdulillahirobbil'alamin. Marilah kita panjatkan puji dan syukur ke hadirat Allah *Subhanahuwata'ala* yang telah melimpahkan karunia kesehatan dan kesempatan kepada kita semua sehingga pada pagi ini kita dapat berkumpul secara luring di Balai Senat Universitas Gadjah Mada maupun secara daring melalui Zoom dan kanal YouTube untuk menghadiri acara pengukuhan ini.

Topik yang akan saya sampaikan pada pidato pengukuhan ini masuk pada bidang verifikasi probabilistik, sebuah bagian dari metode-metode formal dalam Ilmu Komputer. Pada bidang ini, kita tidak hanya mengkaji kebenaran fungsional berbagai sistem, termasuk

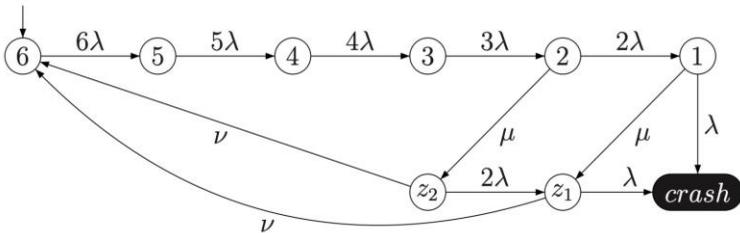
sistem *hardware*, *software*, kendali, dan terutama sistem terkomputerisasi yang *safety critical*, tetapi juga mengkaji perilaku stokastik dan waktu nyata dari sistem-sistem tersebut. Dalam kehidupan sehari-hari, kita makin banyak menggunakan dan mengandalkan sistem-sistem seperti itu sehingga kepastian kebenaran mereka menjadi esensial. Pada banyak analisis, perilaku stokastik dan waktu nyata sistem seperti itu ditelaah menggunakan rantai Markov waktu kontinu. Oleh karena itu, pada pidato pengukuhan saya sebagai Guru Besar dalam bidang Ilmu Komputer ini, izinkan saya memilih judul **“Beberapa Tantangan pada Pemodelan dan Analisis Rantai Markov Waktu Kontinu dan Solusinya”**. Pemodelan dan analisis rantai Markov waktu kontinu adalah bidang yang telah saya geluti semenjak masa studi master sampai sekarang dan merupakan fundamen dan perangkai arah keseluruhan penelitian saya.

Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati,

Lebih dari 110 tahun yang lalu, Andrey Andreyevich Markov (Markov, 2006) memberikan presentasi di Royal Academy of Sciences di St. Petersburg tentang analisis statistika pada teks *Yevgeniy Onegin*, sebuah mahakarya Alexander Pushkin yang dianggap klasik pada kesusastraan Rusia (Pavlyk, 2013). Untuk melakukan analisis tersebut, Markov menciptakan sebuah formalisme baru yang kemudian dikenal dengan *Markov chains* atau dalam bahasa Indonesia rantai Markov.

Rantai Markov adalah sebuah proses stokastik, yaitu sebarisan variabel acak (*random*) yang merupakan representasi konfigurasi suatu sistem yang berubah-ubah seiring berjalannya waktu. Dari sudut pandang konfigurasi tadi, proses stokastik dibagi menjadi dua: (i) proses stokastik diskrit, yaitu ketika konfigurasi-konfigurasi yang ada dapat dibedakan satu sama lain dengan mudah dan dapat dipetakan ke himpunan semua bilangan bulat; dan (ii) proses stokastik kontinu, jika konfigurasi sukar dibedakan satu sama lain dan hanya mungkin dipetakan ke himpunan semua bilangan riil. Jika konfigurasi diskrit, proses stokastik disebut rantai (*chain*). Lebih lanjut, dari sudut pandang waktu, proses stokastik juga dibagi menjadi dua: waktu diskrit, yaitu ketika waktu hanya menggambarkan urutan kejadian dan

waktu kontinu, yaitu jika waktu berjalan seperti dalam kehidupan nyata. Proses stokastik yang akan dibahas pada pidato ini adalah proses stokastik dengan konfigurasi diskrit (rantai) dalam waktu kontinu: rantai Markov waktu kontinu.



Gambar 1. Rantai Markov waktu kontinu yang memodelkan kegagalan giroskop-giroskop pada *Hubble Space Telescope* (Hermanns, 2001; Pulungan, 2009)

Gambar 1 memperlihatkan contoh sebuah rantai Markov waktu kontinu. Lingkaran-lingkaran kecil merepresentasikan konfigurasi (atau disebut juga *state*) sistem yang dimodelkan, sedangkan panah-panah yang menghubungkan suatu *state* dengan *state* lain mengungkapkan perubahan (transisi) antar-*state*. Gambar tersebut memperlihatkan bahwa pada awalnya terdapat enam (6) giroskop dalam sistem *Hubble Space Telescope* yang masing-masing dapat mengalami kegagalan dengan laju (rate) λ . Jika hanya tinggal satu atau dua giroskop yang berfungsi, teleskop dibawa ke kondisi *sleeping* dengan laju μ dan perbaikan dilakukan dengan laju ν . Namun, jika akhirnya keenam giroskop tetap gagal maka keseluruhan sistem gagal (*crash*).

Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati,

Ada pertanyaan yang menggelitik kita: apa yang membedakan rantai Markov waktu kontinu dengan proses-proses stokastik konfigurasi diskrit waktu kontinu yang lain? Pembedanya tidak lain adalah sifat Markov atau disebut juga *memoryless property*, yaitu distribusi probabilitas *state* yang akan dilalui hanya tergantung pada

state sistem pada saat ini dan tidak tergantung pada *state* sebelumnya atau jejak yang dilalui sistem sebelum tiba pada *state* saat ini. Pada Gambar 1, misalnya, jika sistem sedang berada di *state* z_1 maka distribusi probabilitas perpindahan ke *state* 6 atau ke *state crash* tidak tergantung pada apakah sebelumnya sistem beralih ke *state* z_1 dari *state* z_2 atau dari *state* 1 dan juga tidak tergantung pada jejak panjang yang dilalui sistem sebelum tiba di *state* z_1 , tetapi hanya tergantung pada fakta bahwa saat ini sistem sedang berada di *state* z_1 .

Satu-satunya distribusi probabilitas kontinu yang memenuhi *memoryless property* ini adalah distribusi eksponensial negatif. Distribusi eksponensial adalah distribusi probabilitas durasi antara kejadian-kejadian yang terus-menerus dan independen terjadi dengan laju rerata yang konstan. Jika distribusi eksponensial memiliki laju λ maka probabilitas bahwa durasi antar-kejadian T tidak melebihi suatu nilai tertentu $t \geq 0$ diberikan oleh $\Pr(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Jika dua buah distribusi eksponensial dengan laju λ dan laju μ sedang berlangsung maka minimum kedua distribusi tersebut diberikan oleh distribusi eksponensial dengan laju $\lambda + \mu$ dan probabilitas bahwa distribusi dengan laju λ menang (lebih cepat selesai) diberikan oleh $\frac{\lambda}{\lambda + \mu}$. Lalu, mengapa distribusi eksponensial disebut memenuhi *memoryless property*? Durasi yang telah berlalu pada distribusi eksponensial tidak memengaruhi distribusi probabilitas ke depan. Setiap saat distribusi dapat dihentikan dan probabilitas bahwa durasi sampai kejadian berikutnya tidak melebihi nilai tertentu $t \geq 0$ masih tetap sama.

Rantai Markov waktu kontinu telah banyak digunakan dalam berbagai bidang ilmu untuk memodelkan dan menganalisis pelbagai fenomena. Pemodelan Markovian banyak dilakukan pada bidang yang masih berhubungan erat dengan komputasi dan Ilmu Komputer, seperti pada teori antrean (Neuts, 1981; Asmussen, 1992), desain jaringan komputer (Chakravarty dan Ravi, 1991; Khayari dkk., 2003), analisis dependabilitas (Böde dkk., 2009), analisis reliabilitas (Chakravarty dkk., 1992), termasuk di antaranya pada analisis *fault-tree* dinamis (Manian dkk., 1998; Boudali dkk., 2007). Namun demikian, bidang-bidang yang jauh dari komputasi pun banyak memanfaatkan pemodelan rantai Markov waktu kontinu, termasuk di

antaranya pada bidang *forecasting* (Zeng dkk., 2016), transportasi (Pulungan dan Hermanns, 2009), studi praklinis (Al-Khalidi dan Schnell, 1997), dan pada teknik sipil, misalnya tentang struktur bangunan dan baja (Alam dkk., 2017; Chavan dan Lal, 2018), bahkan pemodelan informasi tentang bangunan (Sandoval dkk., 2018).

Mengapa penggunaan rantai Markov waktu kontinu demikian tersebar luas dalam berbagai bidang ilmu? Dalam hal ini, terdapat dua alasan utama. *Pertama*, pemodelan rantai Markov waktu kontinu natural dan intuitif sehingga esensi fenomena alam nyata dapat ditangkap oleh model rantai Markov melalui abstraksi yang sederhana dan mudah. *Kedua*, analisis rantai Markov waktu kontinu memiliki solusi yang analitis dan menghasilkan algoritma yang memiliki kompleksitas rendah dan mudah untuk diimplementasikan.

Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati,

Jika kita melihat kembali Gambar 1, rantai Markov waktu kontinu dengan mudah dapat diungkapkan oleh graf, sebuah formalisme matematika yang terdiri dari himpunan simpul-simpul (merepresentasikan *state*) dan himpunan busur-busur (merepresentasikan transisi) yang menghubungkan dua buah simpul. Formalisme graf luas digunakan di bidang Ilmu Komputer, termasuk sebagai abstraksi program sekuensial. Sebuah program sekuensial juga dapat dianggap sebagai evolusi *state* program tersebut dari saat inisialisasi sampai *output* diperoleh. *State* merupakan konfigurasi valuasi semua variabel dalam program dan serumit apa pun program. Program tersebut pada hakikatnya hanya berpindah-pindah dari satu *state* ke *state* lain melalui *assignment*, yaitu pemberian nilai baru kepada suatu variabel. Oleh karena itu, *assignment* direpresentasikan oleh transisi antar-*state*.

Interpretasi model rantai Markov waktu kontinu pada Gambar 1 adalah sebagai berikut. Pada awalnya, sistem berada di *state* 6 dengan probabilitas 1. Sistem akan bermukim (*sojourn*) di *state* ini dengan durasi yang ditentukan oleh sebuah distribusi eksponensial negatif dengan laju 6λ dan kemudian melakukan transisi ke *state* 5 dengan probabilitas 1. Demikian seterusnya sampai sistem tiba di *state* 2. Di *state* 2, sistem akan bermukim dengan durasi berdistribusi

eksponensial dengan laju $2\lambda + \mu$ dan kemudian melakukan transisi ke *state* 1 dengan probabilitas $\frac{2\lambda}{2\lambda + \mu}$ atau ke *state* z_2 dengan probabilitas $\frac{\mu}{2\lambda + \mu}$. Di *state* 1, sistem berperilaku mirip, yaitu bermukim dengan durasi berdistribusi eksponensial dengan laju $\lambda + \mu$ dan kemudian melakukan transisi ke *state crash* dengan probabilitas $\frac{\lambda}{\lambda + \mu}$ atau ke *state* z_1 dengan probabilitas $\frac{\mu}{\lambda + \mu}$. *State crash* adalah *absorbing*, yaitu *state* yang tidak memiliki transisi keluar. Probabilitas yang terserap di *state* ini bersifat kumulatif dan tidak lagi disebar ke *state-state* lain. Demikian seterusnya sistem berevolusi tanpa henti.

Representasi graf intuitif bagi manusia karena bentuk-bentuk visual biasanya lebih mudah dipahami oleh manusia. Namun, bentuk ini tidak efisien untuk mesin komputasional yang lebih mengandalkan barisan informasi tekstual atau numerik. Untuk keperluan komputasional, rantai Markov waktu kontinu lebih baik direpresentasikan sebagai sebuah matriks *rate* \mathbf{R} yang merekam laju distribusi eksponensial negatif antar-*state* dalam rantai Markov tersebut. Dengan demikian, entri $\mathbf{R}_{i,j} > 0$ pada matriks menunjukkan bahwa transisi dari *state* i ke *state* j memiliki laju $\mathbf{R}_{i,j}$ dan entri $\mathbf{R}_{i,j} = 0$ jika tidak ada transisi dari *state* i ke *state* j . Namun demikian, analisis rantai Markov waktu kontinu membutuhkan sebuah matriks generator infinitesimal \mathbf{Q} yang dapat diperoleh dari \mathbf{R} dengan menggantikan setiap entri diagonal dengan jumlahan laju keluar dari *state* yang bersangkutan. Andaikan \vec{E} adalah sebuah vektor berisi jumlahan laju keluar dari masing-masing *state* yang disebut juga *laju total* sebuah *state* maka matriks generator infinitesimal dapat diperoleh dengan $\mathbf{Q} = \mathbf{R} - \text{diag}(\vec{E})$, di mana $\text{diag}(\vec{E})$ adalah sebuah matriks diagonal yang disusun oleh vektor \vec{E} . Matriks generator infinitesimal ini mengungkapkan laju perubahan sesaat rantai Markov pada setiap waktu.

Analisis utama pada model rantai Markov waktu kontinu terdiri dari dua, yaitu analisis *transient* (sesaat) dan analisis *steady-state* (waktu tunak). Analisis *transient* menentukan distribusi probabilitas *state* rantai Markov pada waktu t . Dengan kata lain, untuk setiap *state*

i , probabilitas berada di *state* i setelah rantai Markov dijalankan selama waktu t dihitung. Andaikan $\vec{p}(t)$ adalah sebuah vektor stokastik yang berisi $\vec{p}_i(t)$, yaitu probabilitas berada di *state* i pada waktu t , untuk setiap *state* i . Maka, probabilitas-probabilitas *transient* ini memenuhi sistem persamaan diferensial Chapman-Kolmogorov $\frac{d}{dx}\vec{p}(t) = \vec{p}(t)\mathbf{Q}$ dengan kondisi inisial $\vec{p}(0)$ (Ross, 2007). Solusi sistem persamaan diferensial tersebut diberikan oleh $\vec{p}(t) = \vec{p}(0)e^{\mathbf{Q}t}$, sebuah persamaan yang melibatkan eksponensial suatu matriks. Di sisi lain, analisis *steady-state* menentukan distribusi probabilitas *state* rantai Markov setelah rantai Markov berada pada kondisi ekuilibrium (*steady-state*) atau setelah rantai Markov dijalankan pada waktu yang lama sehingga perubahan dari satu waktu ke waktu berikutnya tidak lagi signifikan. Andaikan \vec{p} adalah sebuah vektor stokastik yang berisi \vec{p}_i , yaitu probabilitas berada di *state* i sesudah rantai Markov berada dalam kondisi ekuilibrium, maka probabilitas-probabilitas *steady-state* ini memenuhi sistem persamaan linier $\vec{p}\mathbf{Q} = \vec{0}$, di mana $\vec{0}$ adalah vektor dengan ukuran bersesuaian dengan semua entri 0. Probabilitas *steady-state* ini tidak selalu ada untuk setiap rantai Markov. Untuk suatu rantai Markov yang *finite* dan *strongly connected* (Ross, 2007; Haverkort, 1998) $\lim_{t \rightarrow \infty} \vec{p}(t)$ selalu ada dan ini ekuivalen dengan probabilitas *state* ketika ekuilibrium sudah tercapai.

Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati,

Izinkan saya menyampaikan beberapa tantangan yang kami hadapi di bidang Rantai Markov waktu kontinu, solusi dan teori baru yang kami tawarkan untuk menyelesaikan tantangan tersebut, serta masalah-masalah terbuka yang akan membuka jalan pengembangan lebih lanjut.

Tantangan 1: metode analisis *transient* pilihan. Metode analisis *transient* yang *robust*, stabil, dan akurat sangat diperlukan karena model Markov yang ditemukan di alam nyata bisa jadi sangat besar, dalam orde ratusan ribu sampai jutaan *state*. Berbagai metode tersedia untuk analisis *transient*, di antaranya metode *uniformization* (Jensen, 1953; Grassmann, 1991; Gross dan Miller, 1984), metode eksponensial matriks (Moler dan Van Loan, 1978; Moler dan Van

Loan, 2003), dan metode diskritisasi (Tijms dan Veldman, 2000). Di antara berbagai metode tersebut, dua yang pertama adalah metode yang paling utama dan luas digunakan.

Metode *uniformization* menyeragamkan seluruh laju total rantai Markov ke suatu laju uniformisasi tertentu yang lebih besar dari laju total terbesar. Dengan demikian, sebuah *state* yang memiliki laju total lebih kecil dari laju uniformisasi akan dipaksa untuk melakukan transisi kembali ke *state* itu sendiri untuk mengompensasi laju uniformisasi yang lebih cepat. Hasil uniformisasi adalah sebuah rantai Markov waktu diskrit *embedded* yang memiliki perilaku stokastik yang mirip dengan rantai Markov waktu kontinu awal (Baier dkk., 2005). Andaikan $\Lambda \geq \max\{\vec{E}\}$ dan diberikan sebuah rantai Markov waktu kontinu dengan probabilitas *state* inisial $\vec{p}(0)$ dan matriks generator infinitesimal \mathbf{Q} maka matriks probabilitas transisi rantai Markov waktu diskrit *embedded* diperoleh dengan $\mathbf{P} = \mathbf{I} + \frac{\mathbf{Q}}{\Lambda}$, dengan \mathbf{I} matriks identitas. Dengan demikian, solusi sistem persamaan diferensial Chapman-Kolmogorov menjadi $\vec{p}(t) = \vec{p}(0)e^{\mathbf{Q}t} = \vec{p}(0)e^{\Lambda(\mathbf{P}-\mathbf{I})t} = \vec{p}(0) \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\Lambda t} \frac{(\Lambda t)^i}{i!} \mathbf{P}^i$.

Ekspresi $e^{-\Lambda t} \frac{(\Lambda t)^i}{i!}$ adalah distribusi sebuah proses Poisson dengan laju Λ dan dapat dihitung dengan stabil menggunakan algoritma Fox dan Glynn (1988). Pada solusi akhir, terdapat jumlahan tak hingga yang harus dihentikan pada suatu *truncation point* tertentu N . Terdapat sebuah mekanisme stabil untuk menentukan N sehingga eror maksimum pada setiap entri pada vektor $\vec{p}(0)$ tidak pernah melebihi suatu batas atas ϵ .

Salah satu metode eksponensial matriks yang banyak digunakan, termasuk pada fungsi `expm` di Matlab, adalah pendekatan Padé yang disertai dengan teknik *scaling* dan *squaring*. Solusi eksponensial sistem persamaan diferensial Chapman-Kolmogorov dapat diungkapkan dalam bentuk deret pangkat yang kemudian dapat didekati dengan fungsi rasional dari polinomial matriks. Higham (2005) memperlihatkan bahwa dengan memilih orde pemangkatan tertinggi $m = 13$, matriks eksponensial $e^{\mathbf{A}}$ dapat didekati oleh $\frac{U+V}{-U+V}$, dengan $U = \mathbf{A}(\mathbf{A}^6(b_{13}\mathbf{A}^6 + b_{11}\mathbf{A}^4 + b_9\mathbf{A}^2) + b_7\mathbf{A}^6 + b_5\mathbf{A}^4 + b_3\mathbf{A}^2 +$

$b_1 I$) dan $V = A^6(b_{12}A^6 + b_{10}A^4 + b_8A^2) + b_6A^6 + b_4A^4 + b_2A^2 + b_0I$. Pilihan m seperti itu dapat menjamin bahwa eror maksimum pada setiap entri matriks e^A tidak melebihi unit *round-off* pada aritmetika IEEE *double-precision*. Dengan demikian, untuk memperoleh matriks e^A , hanya diperlukan pemangkatan matriks A sampai dengan pangkat 13. Pemangkatan ini dapat dilakukan secara efisien dengan metode *squaring* mulai dari A, A^2, A^3 , sampai dengan A^6 .

Pulungan dan Hermanns (2018) melakukan studi komprehensif untuk membandingkan metode *uniformization* dan pendekatan Padé dari tiga aspek utama.

1. Kompleksitas teoretis. Kompleksitas teoretis metode *uniformization* adalah $\mathcal{O}(n^2 \Delta t)$, sedangkan kompleksitas pendekatan Padé adalah $\mathcal{O}(n^3 \lceil \log(\Delta t) \rceil)$, di mana n adalah banyaknya *state* dalam rantai Markov. Ketika n lebih besar dibandingkan dengan Δt (sangat umum) maka *uniformization* adalah metode pilihan. Namun, ketika Δt lebih besar dibandingkan dengan jumlah *state* n , perkalian vektor-matriks sebanyak $\mathcal{O}(\Delta t)$ yang diperlukan untuk mencapai *truncation point* merupakan *overhead* komputasi yang cukup besar. Analisis ini memberikan rentang kasar parameter ketika kebutuhan komputasi *uniformization* diharapkan lebih rendah daripada matriks eksponensial, yaitu ketika $N > \frac{\Delta t}{\log(\Delta t)}$. Hal ini juga menunjukkan bahwa, secara teoretis, matriks eksponensial bekerja lebih baik ketika Δt cukup besar, yaitu ketika $N < \frac{\Delta t}{\log(\Delta t)}$.
2. Pertimbangan praktis. Matriks eksponensial, secara teoretis, dapat bekerja lebih baik jika Δt cukup besar. Formula Δt disebut indeks kekakuan (*stiffness index*) model. Indeks kekakuan mencerminkan jumlah kejadian yang paling sering terjadi selama waktu pengamatan. Untuk model biasa, indeks ini biasanya kecil karena sebagian besar perilaku penting dapat diamati dalam interval waktu yang relatif kecil (interval waktu kecil untuk laju yang besar dan sebaliknya). Di sisi lain, jika rasio laju terbesar ke laju terkecil besar dan kemunculan kejadian yang terjadi dengan laju kecil juga penting maka model harus diamati dalam interval waktu yang besar. Pada praktiknya, model yang sangat kaku sering ditemukan:

nilai besar Δt kerap ditemukan dalam model reliabilitas, di mana kejadian normal biasanya jauh lebih sering terjadi daripada kejadian yang menyebabkan kegagalan. Namun demikian, model reliabilitas berukuran kecil dan menengah (kurang dari beberapa ribu *state*) juga umum. Dengan demikian, model reliabilitas adalah kandidat utama pengguna matriks eksponensial dengan pendekatan Padé.

3. Evaluasi eksperimental. Eksperimen yang *exhaustive* dilaksanakan pada dua model Markov waktu kontinu, yaitu jaringan antrean tandem dan model sistem *polling* server siklik. Kedua model kaku dan dengan demikian, membantu menunjukkan penerapan metode pendekatan Padé.

Perbandingan kedua metode mengungkapkan bahwa secara teoretis, kebutuhan komputasi kedua metode sebanding dengan *rule of thumbs*, metode *uniformization* lebih baik untuk model besar, dan metode pendekatan Padé lebih baik untuk model yang sangat kaku. Eksperimen juga mendukung klaim ini untuk model berukuran kecil dan sedang. Keuntungan pendekatan Padé terbatas pada rentang ukuran model ini karena dua alasan. *Pertama*, karena kebutuhan komputasi yang dijelaskan di atas. *Kedua*, kebutuhan penyimpanan matriks eksponensial yang besar. Banyaknya perkalian matriks dalam metode pendekatan Padé membatasi penggunaannya pada model berukuran kecil hingga sedang. Paling tidak ada empat matriks, yaitu matriks asli Q_t , $(Q_t)^2$, $(Q_t)^4$, dan $(Q_t)^6$ yang harus disimpan secara bersamaan dalam memori. Di sisi lain, tidak ada pembatasan ini pada metode *uniformization*.

Keuntungan lain metode *uniformization* adalah kejarangan (*sparsity*) model. Karena model rantai Markov biasanya terstruktur dan memiliki jumlah entri bukan nol yang rendah, penggunaan matriks *sparse* atau penyimpanan simbolik dapat mengurangi tidak hanya kebutuhan penyimpanan, tetapi juga kinerja metode. Dengan menggunakan matriks *sparse*, perkalian vektor-matriks dapat dilakukan dengan kompleksitas $\mathcal{O}(\eta)$, di mana η adalah jumlah entri bukan nol dalam matriks. Pendekatan Padé tidak dapat memanfaatkan penyimpanan matriks yang *sparse* karena perkalian matriks yang berurutan menghilangkan entri nol secara progresif (*filling*). Dengan

menggunakan komputer pribadi standar, pendekatan Padé hanya praktis untuk model dengan sekitar 3.000 *state*. Di sisi lain, ini adalah kisaran ukuran model, di mana pendekatan Padé memiliki kinerja yang lebih baik sehingga tidak ada manfaat dalam mengupayakan representasi yang lebih kompak.

Terkait dengan akurasi numerik, untuk model dengan indeks kekakuan kecil ($\Delta t \leq 10^2$), kinerja metode *uniformization* masih dapat ditoleransi ketika batasan eror dibuat kecil (10^{-10} hingga 10^{-12}), tetapi kinerja menurun seiring meningkatnya indeks kekakuan. Sebaliknya, pada pendekatan Padé, eror perturbasi relatif maksimum dapat dipastikan tidak melebihi unit *round-off* pada aritmetika IEEE *double-precision* ($2^{53} \approx 1,1 \times 10^{-16}$). Eksperimen menunjukkan bahwa pendekatan Padé aman digunakan untuk model dengan Δt hingga 10^5 .

Secara umum, metode *uniformization* lebih baik dibandingkan dengan pendekatan Padé, meskipun model yang sangat kaku dengan jumlah *state* biasa saja dapat memanfaatkan pendekatan Padé. Model seperti itu umum dalam *reliability engineering*. Lebih lanjut, Farhatuaini dan Pulungan (2019) dan Ledoh dan Pulungan (2019) membangun algoritma untuk paralelisasi metode *uniformization* dan pendekatan Padé. Kedua metode ini jelas-jelas bukan permasalahan yang *embarrassingly parallel* dan usaha paralelisasi tidak mudah. Eksperimen pada metode paralel menunjukkan bahwa kesimpulan yang diperoleh pada implementasi sekuensial kedua metode masih valid ketika kedua metode diparalelkan.

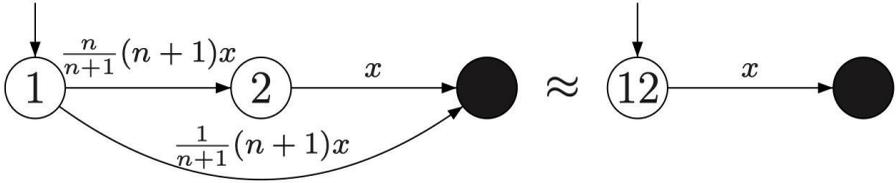
Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati, berikutnya adalah tantangan kedua,

Tantangan 2: ukuran model. Rantai Markov secara intrinsik tidak komposisional. Dengan demikian, sebuah model tidak dapat dibangun dari komponen-komponen yang lebih kecil tanpa mekanisme khusus tambahan, seperti interactive Markov chains (Hermanns, 2002). Namun, meskipun sudah menggunakan berbagai mekanisme khusus tambahan yang ada, komposisi beberapa rantai Markov menghasilkan rantai Markov dengan jumlah *state* yang tumbuh secara multiplikatif. Mengomposisi dua rantai Markov dengan jumlah *state* m dan n menghasilkan model baru dengan jumlah *state*

(pada kasus terburuk) sebanyak mn . Fenomena ini disebut dengan *statespace explosion problem* dan ditemukan tidak hanya pada pemodelan Markovian, tetapi secara umum pada pemodelan yang menggunakan abstraksi graf seperti didiskusikan sebelumnya.

Dengan demikian, memiliki rantai Markov yang kecil atau, tentu saja, yang paling kecil (minimal) sangat penting. Beberapa rantai Markov bisa jadi memiliki bentuk dan ukuran yang jauh berbeda, namun memiliki sifat stokastik yang persis sama. Penghematan satu *state* saja pada suatu model rantai Markov akan menghasilkan penghematan yang sama dengan jumlah *state* model pasangan jika model-model rantai Markov dikomposisi. Berbagai metode dan pendekatan sudah diusulkan oleh peneliti untuk menurunkan jumlah *state* suatu rantai Markov waktu kontinu sambil tetap menjaga sifat stokastiknya. Sebagian besar metode diilhami oleh metode berbasis *bisimulation* di bidang aljabar proses, misalnya *weak bisimulation* (Derisavi dkk., 2003). Algoritma-algoritma *bisimulation* berusaha menemukan sebuah relasi ekuivalensi pada himpunan *state-state* rantai Markov sedemikian rupa sehingga dua buah *state* ekuivalen jika mereka memiliki struktur dan jumlahan laju percabangan yang sama ke semua blok partisi yang dihasilkan oleh relasi ekuivalensi tersebut. *State-state* yang berada pada blok partisi yang sama di akhir eksekusi algoritma memiliki sifat stokastik yang sama sehingga dapat digabungkan (*lumped*), membentuk model rantai Markov yang lebih kecil. Algoritma-algoritma seperti ini umumnya disebut berbasis *lumping*.

Pulungan dan Hermanns (2009) mengembangkan sebuah algoritma yang bekerja melebihi *lumping* dan menjamin bahwa rantai Markov waktu kontinu minimal *hampir selalu* diperoleh. Namun demikian, algoritma ini hanya berjalan pada rantai Markov yang *acyclic*, yaitu rantai yang tidak memiliki perulangan (rekursi) di dalamnya. Esensi algoritma tersebut adalah observasi Cumani (1982) bahwa kedua rantai Markov waktu kontinu yang diperlihatkan pada Gambar 2 memiliki distribusi probabilitas *absorption* yang ekuivalen, meskipun mereka memiliki jumlah *state* yang berbeda. Lebih lanjut, kedua rantai Markov *weakly bisimilar*, namun pada waktu itu Cumani belum mengenali terminologi ini.



Gambar 2. Dua rantai Markov waktu kontinu yang memiliki distribusi probabilitas *absorption* yang ekuivalen

Tidak mudah memahami intuisi ekuivalensi tersebut pada level fungsi eksponensial. Namun, pada level transformasi Laplace-Stieltjes fakta ekuivalensi tersebut hanya membutuhkan aritmetika sederhana. Transformasi Laplace-Stieltjes mengubah konvolusi fungsi eksponensial menjadi operasi perkalian dan mengubah percabangan menjadi penjumlahan. Transformasi Laplace-Stieltjes sebuah distribusi eksponensial dengan laju λ diberikan oleh $\tilde{f}(s) = \frac{\lambda}{s+\lambda}$. Andaikan L-term $L(\lambda) = \frac{s+\lambda}{\lambda}$ maka secara aljabar, Gambar 2 mengungkapkan fakta bahwa $\frac{1}{n+1} \frac{1}{L((n+1)x)} + \frac{n}{n+1} \frac{1}{L((n+1)x)} \frac{1}{L(x)} = \frac{1}{L(x)}$. Setiap kali konfigurasi seperti di sebelah kiri ditemukan, konfigurasi tersebut dapat digantikan oleh konfigurasi sebelah kanan dan sifat stokastik keduanya tidak akan berbeda.

Algoritma minimisasi yang dikembangkan, pertama-tama mengubah sembarang rantai Markov waktu kontinu *acyclic* menjadi suatu bentuk yang disebut representasi *ordered bidiagonal* dengan menggunakan algoritma *spectral polynomial* (He dan Zhang, 2006). Dalam representasi *ordered bidiagonal*, transformasi Laplace-Stieltjes sangat mudah untuk diperoleh. Secara iteratif, mulai dari *state* yang paling kanan (yang paling dekat ke *state* absorbing), untuk masing-masing *state* konfigurasi seperti pada Gambar 2 ditemukan dengan menyelesaikan sebuah sistem persamaan linier. Karena bentuk *ordered bidiagonal*, sistem persamaan linier dapat dibentuk dan diselesaikan dalam waktu $\mathcal{O}(n^2)$ sehingga secara total kompleksitas algoritma yang dikembangkan adalah $\mathcal{O}(n^3)$, di mana n adalah jumlah *state* rantai Markov di awal.

Pulungan dan Hermanns (2016) mengimplementasikan algoritma yang telah dikembangkan dan merilisnya dalam sebuah *tool online* yang disebut dengan APHMIN. Implementasi mesti dilakukan dengan penuh kehati-hatian karena algoritma *spectral polynomial* bekerja dengan matriks generator infinitesimal Q yang memiliki entri negatif dan bukan pada matriks probabilitas P . Secara metode numerik, bekerja dengan bilangan besar positif dan negatif pada saat yang sama bisa jadi menghasilkan komputasi yang *ill-conditioned* jika tidak dilakukan dengan benar dan baik. Error pada *spectral polynomial* akan menjalar dan mengakibatkan perubahan pada sistem persamaan linier sehingga konfigurasi yang ekuivalen tidak lagi teridentifikasi.

Perlu dicatat bahwa algoritma yang dikembangkan hanya mampu menjamin bahwa algoritma *hampir selalu* menghasilkan rantai Markov waktu kontinu yang minimal. Ini berarti kasus-kasus di mana algoritma menghasilkan rantai Markov yang tidak minimal memiliki *measure* nol dan merupakan kasus-kasus patologis yang jarang digunakan pada pemodelan di alam nyata. Berbagai studi kasus telah dilakukan menggunakan *tool* yang telah diimplementasikan. Pada model dengan komponen yang memiliki struktur yang sangat teratur, misalnya menggunakan distribusi eksponensial, hypoeksponensial, hypereksponensial, atau Erlang, model berukuran triliunan *state* dapat diminimisasi menjadi hanya ribuan *state*.

Beberapa isu masih *open* dan sedang menjadi *future work* kami, di antaranya:

1. Memperbaiki stabilitas dan kecepatan algoritma yang dikembangkan dengan mengkaji penggunaan rantai Markov waktu diskrit *embedded* yang memiliki matriks stokastik.
2. Menghilangkan kualifikasi *hampir selalu*.
3. Mengembangkan algoritma sejenis untuk rantai Markov waktu kontinu yang *cyclic*, misalnya dengan memanfaatkan bentuk-bentuk *cyclic* yang *sparse*, misalnya mixture dari monocyclic Erlang yang hanya memiliki satu transisi rekursif (Mocanu dan Commault, 1999).

Ibu/Bapak hadirin yang saya hormati, berikutnya adalah tantangan ketiga,

Tantangan 3: *fitting*. Kembali ke Gambar 1, rantai Markov waktu kontinu tersebut memiliki sebuah *state* yang *absorbing*. Hal ini menarik karena distribusi probabilitas waktu yang diperlukan sampai mencapai *state absorbing* pada rantai Markov seperti itu mesti membentuk sebuah distribusi probabilitas kontinu yang baru yang jauh lebih kompleks dan kaya dibandingkan dengan distribusi eksponensial. Distribusi probabilitas waktu sampai mencapai *state absorbing* seperti itu disebut dengan distribusi *phase-type*. Pada hakikatnya, distribusi *phase-type* adalah distribusi yang disusun dari himpunan distribusi eksponensial dengan menggunakan operasi *finite mixture* (percabangan), konvolusi (konfigurasi sekuensial), dan rekursi (Maier dan O’Cinneide, 1992). Rantai Markov waktu kontinu yang memodelkan distribusi *phase-type* disebut dengan representasi distribusi *phase-type* tersebut.

Johnson dan Taaffe (1988) membuktikan bahwa kelas distribusi *phase-type dense* (rapat) atau *compact* (padat) secara topologi dalam himpunan distribusi probabilitas dengan *support* pada $[0, \infty)$. Oleh karena itu, kelas ini dapat mendekati (*approximate*) sembarang distribusi probabilitas lain atau *trace* distribusi empiris yang diperoleh dari pengamatan eksperimental sedekat yang kita inginkan asal tersedia jumlah *phase (state)* yang cukup. Pendekatan ini umumnya dilakukan dengan melakukan *fitting* distribusi *phase-type* terhadap distribusi empiris yang diberikan. *Fitting* memiliki banyak manfaat, terutama manfaat perluasan pemanfaatan pemodelan rantai Markov ke permasalahan yang melibatkan distribusi non-Markovian, misalnya *uniform*, Weibull, Pareto, lognormal, dan lain-lain. Analisis pada model dengan distribusi-distribusi seperti itu biasanya tidak memiliki solusi analitis dan penuh dengan asumsi yang menghilangkan banyak karakteristik esensial model. Dengan melakukan *fitting* distribusi *phase-type* terhadap distribusi-distribusi ini, permasalahan dapat dibawa ke model rantai Markov yang memiliki metode analisis yang jelas.

Berbagai metode *fitting* untuk distribusi *phase-type* telah ada selama empat dekade. Metode-metode ini secara kasar dapat dikategorikan ke dalam metode *maximum-likelihood*, kuadrat-terkecil, dan *moment matching*. Berbagai *tool* telah diimplementasikan berdasarkan metode-metode *fitting* ini, termasuk (Bobbio dan Cumani, 1992), (Asmussen dkk., 1996), (Horváth dan Telek, 2002), (Thümmler dkk., 2006), (Reinecke dkk., 2012), dan yang terbaru (Reinecke dkk., 2013) dan (Horváth dan Okamura, 2013).

Pulungan dan Hermanns (2022) menyusun dan mengimplementasikan sebuah algoritma *fitting* distribusi *phase-type* terhadap sembarang distribusi kontinu atau distribusi empiris. Kelas distribusi *phase-type* yang digunakan adalah distribusi *acyclic*, yaitu yang memiliki representasi tanpa perulangan (rekursi) di dalamnya. Kelas *acyclic* merupakan himpunan bagian *proper* dari keseluruhan kelas distribusi *phase-type*, namun kelas ini juga tetap rapat dan padat secara topologis. Kelas ini lebih cocok digunakan dalam *fitting* karena konfigurasi *state* dan jumlah parameter *fitting* yang dibutuhkan berkurang drastis dibandingkan dengan kelas *cyclic*.

Algoritma *fitting* yang disusun didasarkan pada metode *expectation-minimization* dengan kuadrat terkecil, namun menggunakan definisi jarak ortogonal, seperti diilustrasikan pada Gambar 3. Definisi jarak yang umum digunakan, jarak aljabar, mengasumsikan bahwa nilai sumbu x suatu koordinat sudah pasti, dan error hanya mungkin terjadi pada sumbu y . Asumsi ini pada hakikatnya tidak begitu beralasan, karena pada pengukuran, error dapat terjadi pada penentuan nilai sumbu x maupun y suatu koordinat. Pada jarak ortogonal, asumsi seperti itu tidak ada. Pada setiap iterasi *fitting* jarak ortogonal, titik paling dekat pada kurva ke suatu titik yang akan didekati ditentukan, dan ini tidak murah. Pada algoritma yang diusulkan digunakan metode *generalized* Newton.

1. Investigasi inialisasi parameter terbaik. Pengalaman menunjukkan bahwa inialisasi parameter secara acak sering berakhir pada jebakan optima lokal, sedangkan inialisasi dengan distribusi Erlang menghasilkan konvergensi yang lamban. Erlang masih merupakan metode yang layak karena menghindari keacakan. Namun, hal ini harus ditambah dengan strategi untuk mempercepat konvergensi.
2. Memperbaiki metode pemutakhiran parameter secara bersamaan. Representasi yang digunakan memaksakan struktur tertentu pada parameter dan perubahan parameter yang dihasilkan algoritma tidak selalu dapat diterapkan dengan mudah. Merancang strategi pemutakhiran yang optimal akan sangat memperbaiki kinerja algoritma.
3. Optimalisasi perhitungan titik jarak minimum.

Ibu/Bapak hadirin sekalian yang saya hormati,

Mengakhiri pidato ini, izinkan saya menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada guru-guru, kolega, teman-teman, dan keluarga yang saya cintai dan banggakan yang telah banyak membantu di sepanjang perjalanan karier akademik saya.

Pertama-tama, saya berterima kasih kepada Pemerintah Republik Indonesia melalui Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia atas amanah jabatan fungsional Guru Besar dalam bidang Ilmu Komputer yang diberikan kepada saya. Kepada Prof. dr. Ova Emilia, M.Med.Ed., Sp.OG(K), Ph.D., Rektor Universitas Gadjah Mada; Prof. Dr. Supriyadi, M.Sc., Wakil Rektor bidang Sumber Daya Manusia dan Keuangan; Suadi, S.Pi., M.Agr.Sc., Ph.D., Direktur Sumber Daya Manusia; Bu Kenok, Pak Mohamad Akhdy Prihantono, dan rekan-rekan lain di Direktorat Sumber Daya Manusia, saya mengucapkan terima kasih atas dukungan dan bantuan selama proses kenaikan jabatan saya. Penghargaan yang sama saya sampaikan kepada rekan-rekan di Urusan Pegawai Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam: Pak Bomahasko Rossasih, Pak Dwi Winarno, dan Bu Shafa Purnama Sari.

Tidak ada ungkapan terima kasih yang cukup untuk guru-guru saya di SD Negeri 1 Sibuhuan, Madrasah Ibtidaiyah YAPI Sibuhuan,

SMP Negeri 1 Sibuhuan, dan SMA Negeri 2 Padangsidimpuan. Sebagian besar di antara mereka telah kembali ke haribaan-Nya, tetapi fondasi pengetahuan yang mereka berikan tidak akan pernah saya lupakan. Saya juga tidak akan pernah melupakan jasa guru-guru saya di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam: Prof. R. Soemantri, Prof. Zanzawi Soejoeti, Prof. Mochamad Utoro Yahya, Prof. Karyono, Prof. Harsojo, Prof. Retantyo Wardoyo, Prof. Sri Hartati, Prof. Jazi Eko Istiyanto, Prof. Agus Harjoko, Drs. Heri Pratomo, M.I.Kom., Drs. Ignatius Purnomo, M.I.Kom., Dr. Tri Kuntoro Priyambodo, Dr. Edi Winarko, Drs. Janoe Hendarto, M.I.Kom., Dr. Suprpto, Drs. Bambang Nurcahyo Prastowo, M.Sc., Drs. Mochammad Tari, M.Si., Drs. GP. Dalijo, Dipl.Com., Drs. Widodo Prijodiprojo, M.Sc., E.E., Drs. Abdul Ro'uf, M.I.Kom., Dr. Suharto, Prof. Hary Gunarto, Drs. Masiran, M.Si., dan Drs. Panggih Basuki, M.Si. Demikian juga, saya berterima kasih atas jasa guru-guru saya di Universiteit Twente, Enschede dan Saarland University, Saarbrücken.

Saya bersyukur menjadi bagian dari Laboratorium Algoritma dan Komputasi yang *vibrant* dan produktif bersama dengan senior dan rekan-rekan saya: Prof. Retantyo Wardoyo, Drs. Janoe Hendarto, M.I.Kom., Dr. Suprpto., Dr. Sri Mulyana, Dr. Nur Rokhman, Dr. Agus Sihabudin, Dr. Anny Kartika Sari, Dr. Moh Edi Wibowo, I Gede Mujiyatna, S.Si., M.Kom., Dr. Faizal Makhrus, Dr. Wahyono, Dr. Muhammad Alfian Amrizal, Gundur Budi Herwanto, S.Kom., M.Cs., dan Erwin Eko Wahyudi, S.Kom., M.Cs. Saya juga mengucapkan penghargaan kepada seluruh rekan-rekan dosen dan staf kependidikan Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika yang telah tanpa henti berkomitmen membuat DIKE Unggul dalam berbagai bidang.

Saya beruntung tumbuh bersama dengan teman-teman akrab yang saling mendukung dan membantu. Saya berterima kasih kepada teman-teman tumbuh besar saya di Sibuhuan dan di Padangsidimpuan, teman-teman angkatan 1994 program studi Ilmu Komputer dan jurusan Matematika, teman-teman Jurugsari III/16, teman-teman saya di Enschede dan di Saarbrücken. Setiap orang dari mereka memiliki tempat istimewa di hati saya.

Saya mengucapkan terima kasih kepada Prof. Dr. Triyono, S.U., Dekan FMIPA tahun 2016–2021, yang telah memercayai saya untuk membantu beliau sebagai Wakil Dekan bersama dengan rekan-rekan Wakil Dekan lain, Dr. Nurul Hidayat Aprilita, Dr. Gunardi, dan Prof. Edi Suharyadi. Pada periode tersebut, saya bekerja sama kondusif dan belajar banyak dari Senat Fakultas yang dipimpin oleh Prof. Supama dan Prof. Sri Juari Santosa. Selanjutnya, saya berterima kasih kepada Prof. Dr.Eng. Kuwat Triyana, M.Si., Dekan FMIPA tahun 2021–2026, yang telah memercayai saya sebagai Wakil Dekan bersama dengan rekan-rekan Wakil Dekan lain, Prof. Roto, Dr. Wiwit Suryanto dan Dr. Fajar Adi Kusumo. Pada periode ini, saya bekerja sama dengan baik dengan Senat Fakultas yang dipimpin oleh Prof. Mudasir dan Dr. Moh. Adhib Ulil Absor.

Saya memetik banyak pengalaman dan ilmu dari rekan-rekan para Wakil Dekan SDMA-PKSI periode 2016–2021 dan para Wakil Dekan SDMA-PKSI periode 2021–2026 bersama para Wakil Rektor, Prof. Bambang Agus Kironoto, Prof Supriyadi, dan Dr. Arief Setiawan Budi Nugroho.

Banyak terima kasih saya sampaikan atas kerja sama dan sinergi dengan rekan-rekan Dewan Pengurus Pusat APTIKOM dan Pengurus APTIKOM wilayah Yogyakarta. Saya juga beruntung pernah bekerja sama dan menjadi pengurus IndoCEISS (Indonesian Computer, Electronics, and Instrumentation Support Society).

Saya juga berterima kasih kepada semua pembimbing tugas akhir saya. Pada waktu sarjana, tugas akhir saya dibimbing oleh almarhum Drs. Heri Pratomo, M.I.Kom., dengan penuh kesabaran. Saya diperkenalkan pertama kali ke bidang verifikasi probabilistik berbasis rantai Markov oleh pembimbing tesis saya di Universiteit Twente, Prof. Dr. Joost-Pieter Katoen (saat ini dengan RWTH Aachen) dan Dr. Lucia Cloth. Teristimewa, saya menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada Prof. Dr. Holger Hermanns yang telah membimbing disertasi saya, memercayai saya, memberikan saya kebebasan, menjadi mentor tanpa henti dan lelah, bahkan sampai saat ini. Kesempatan yang beliau berikan mengubah hidup saya.

Doa istimewa saya panjatkan kepada Allah *Subhanahuwata'ala* untuk Bapak Mertua saya, almarhum Pulung Suharjo dan untuk Ibu Mertua saya, Sri Murti yang tiada henti-hentinya mendoakan dan memberikan kami semangat. Kami sekeluarga juga berterima kasih atas dukungan keluarga Mas Iwan & Mbak Lia dan keluarga Mas Toro & Mbak Iin.

Penghormatan yang setinggi-tingginya saya sampaikan kepada Kakek saya, almarhum H. Abdul Rajab Hasibuan dan nenek saya, Hj. Sahro Nasution, yang membesarkan saya dengan penuh kasih sayang semasa SMP. Terima kasih yang tak hingga untuk Tulang H. Ramlan Oloan Hasibuan, S.Sos. dan keluarga yang membesarkan dan membina saya sewaktu SMA. Tidak lupa saya mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada keluarga almarhum Tulang H. Gusnan Oloan Hasibuan, S.E., almarhum Uda H. Asmuin Batubara, Uda Drs. H. Hamdan Lubis, M.Si., Uda H. Sahmanan Siregar, Uda Drs. H. Samri Achyar Nasution, Uda Drs. H. Musaddad Lubis, M.Ag., dan Uda Bustami Harahap, S.Sos. atas dukungan dan bantuan mereka selama ini untuk keluarga kami.

Saya sangat beruntung dilahirkan di sebuah keluarga yang besar. Ibu dan almarhum Ayah saya adalah guru kami yang pertama. Almarhum Ayah H. Bisman Pulungan mengajari semua anak-anaknya salat, nama-nama Allah, kedisiplinan, penghargaan terhadap waktu, rasa ingin tahu, dan kesukaan membaca. Ibu saya, Hj. Nurliana Hasibuan mengajari kami kasih sayang, keteguhan hati, optimisme, dan diam. Dengan susah payah dan seadanya, Ayah dan Ibu kami sudah berhasil menyekolahkan, memberi dasar penghidupan, dan menikahkan saya dan adik-adik saya: Fauzi & Dian, Nevi & Norman, Elvida & Wiro, Mukli & Sari, Randi & Purnama, dan Yazid & Filda. Kepada Ayah dan Ibu saya persembahkan seluruh karya-karya saya.

Saya merasa diberkati oleh Allah *Subhanahuwata'ala* telah dipertemukan dengan istri saya, Sri Arum Sumartini Zubaidah. Dia adalah pendidik terbaik dalam keluarga kecil kami, tiang rumah tangga kami, dan pendukung utama karier saya. Kasih sayangnya tidak berhenti menyejukkan rumah kami. Semoga ketiga putra-putri yang kami cintai: Eliana, Alyssa, dan Faris tumbuh besar menjadi putra-putri yang saleh, sehat, berbahagia, dan berbakti.

Ibu/Bapak hadirin sekalian yang saya hormati,

Sebelum saya akhiri, mari kita luangkan waktu dan tundukkan kepala sejenak untuk mengenang kembali guru-guru kita masing-masing dan mendoakan mereka semoga ilmu yang telah mereka ajarkan kepada kita menjadi amal *jariyah* bagi mereka.

Wabillahi taufiq walhidayah. Wassalamu'alaikum warohmatullohi wabarokatuh.

DAFTAR PUSTAKA

- Alam, J., Kim, D. dan Choi, B. (2017). Seismic probabilistic risk assessment of weir structures considering the earthquake hazard in the Korean Peninsula. *Earthquakes and Structures*, 13(4): 421–427.
- Al-Khalidi, H. R. dan Schnell, D. J. (1997). Application of a continuous-time Markov chain to a preclinical study. *Drug Information Journal*, 31(2): 607–613.
- Asmussen, S. (1992). Phase-type representations in random walk and queueing problems. *Annals of Probability*, 20(2): 772–789.
- Asmussen, S., Nerman, O. dan Olsson, M. (1996), “Fitting phase-type distributions via the EM algorithm”, *Scand. J. Stat.*, 23(4): 419–441.
- Baier, C. Katoen, J.-P., Hermanns, H. dan Wolf, V. (2005). Comparative branching-time semantics for Markov chains. *Information and Computation*, 200(2): 149–214.
- Bobbio, A. dan Cumani, A. (1992), “ML estimation of the parameters of a PH distribution in triangular canonical form”, Proceedings of the 5th International Conference on Modelling Techniques and Tools for Computer Performance Evaluation (TOOLS), Torino, Italy, February.
- Boudali, H., Crouzen, P., dan Stoelinga, M. (2007). A compositional semantics for dynamic fault trees in terms of interactive Markov chains. In *Automated Technology for Verification and Analysis*, 5th International Symposium, ATVA 2007, Tokyo, Japan, October 22-25, 2007, Proceedings, volume 4762 of Lecture Notes in Computer Science, pages 441–456. Springer.

- Böde, E., Herbstritt, M., Hermanns, H., Johr, S., Peikenkamp, T., Pulungan, R., Rakow, J., Wimmer, R. dan Becker, B. (2009). Compositional dependability evaluation for STATEMATE. *IEEE Transaction on Software Engineering*, 35(2): 274–292.
- Chakravarthy, S. R. dan Ravi, K. V. (1991). A Stochastic Model for a Computer Communication Network Node with Phase Type Timeout Periods, chapter 14 in *Numerical Solutions of Markov Chains*, pages 261–286. Marcel Dekker.
- Chakravarthy, S. R., Krishnamoorthy, A. dan Ushakumari, P. V. (1992). A k-out-of-n reliability system with an unreliable server and phase type repairs and services: the (N,T) policy. *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, 14(4): 361–380.
- Chavan, S. G. dan Lal, A. (2018). Stochastic bending characteristics of finite element modeled nano-composite plates. *Steel and Composite Structures*, 26(1): 1–15.
- Cumani, A. (1982). Canonical representation of homogeneous Markov processes modelling failure time distributions. *Microelectronics and Reliability*, 2(3): 583–602.
- Derisavi, D., Hermanns, H. dan Sanders, W. H. (2003). Optimal state-space lumping in Markov chains. *Information Processing Letters*, 87(6): 309–315.
- Farhatuaini, L. dan Pulungan, R. (2019). Parallelization of Uniformization Algorithm with CUDA-Aware MPI. 7th International Conference on Information and Communication Technology (ICoICT).
- Fox, B. L. dan Glynn, P. W. (1988). Computing Poisson probabilities. *Communications of the ACM*, 31(4): 440–445.
- Jensen, A. (1953). Markoff chains as an aid in the study of Markoff processes. *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 36: 87–91.
- Grassmann, W. K. (1991). Numerical Solution of Markov Chains, chapter Finding Transient Solutions in Markovian Event

Systems through Randomization, pages 357–371. Marcel Dekker Inc.

- Gross, D. dan Miller, D. R. (1984). The randomization technique as a modeling tool and solution procedure for transient Markov processes. *Operations Research*, 32(2): 343–361.
- Haverkort, B. R. (1998). *Performance Evaluation of Computer Communication Systems: A Model-Based Approach*. John Wiley & Sons.
- He, Q.-M. dan Zhang, H. (2006). Spectral polynomial algorithms for computing bi-diagonal representations for phase type distributions and matrix-exponential distributions. *Stochastic Models*, 2(2): 289–317.
- Hermanns, H. (2001). Construction and verification of performance and reliability models. *Bulletin of the EATCS*, 74: 135–153.
- Hermanns, H. (2002). Interactive Markov Chains: The Quest for Quantified Quality, volume 2428 of Lecture Notes in Computer Science. Springer.
- Higham, N. J. (2005). The scaling and squaring method for the matrix exponential revisited. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 26(4): 1179–1193.
- Horváth, A. dan Telek, M. (2002). PhFit: a general phase-type fitting tool, Proceedings of the 12th International Conference on Modelling Techniques and Tools for Computer Performance Evaluation (TOOLS), London, United Kingdom, April.
- Horváth, G. dan Okamura, H. (2013). A fast EM algorithm for fitting marked Markovian arrival processes with a new special structure, Proceedings of the 10th European Workshop on Performance Engineering (EPEW), Venice, Italy, September.
- Johnson, M. A. dan Taaffe, M. R. (1988). The denseness of phase distributions, Research Memorandum No. 88-20; School of Industrial Engineering, Purdue University, IN, USA.

- Khayari, R. R, Sadre, R. dan Haverkort, B. R. (2003). Fitting worldwide web request traces with the EM-algorithm. *Performance Evaluation*, 52(2–3): 175–191.
- Ledoh, J. R. M. dan Pulungan, R. (2019). Parallelization of Padé Approximation of Matrix Exponential with CUDA-Aware MPI. 5th International Conference on Science and Technology (ICST), pp. 1–6.
- Maier, R. S. dan O’Cinneide, C. A. (1992). Closure characterisation of phase-type distributions. *Journal of Applied Probability*, 29(1): 92–103.
- Manian, R., Dugan, J. B., Coppit, D. dan Sullivan, K. J. (1998). Combining various solution techniques for dynamic fault tree analysis of computer systems. In 3rd IEEE International Symposium on High-Assurance Systems Engineering (HASE ’98), 13-14 November 1998, Washington, D.C, USA, Proceedings, pages 21-28. IEEE Computer Society.
- Markov, A. (2006). An Example of Statistical Investigation of the Text Eugene Onegin Concerning the Connection of Samples in Chains. *Science in Context*, 19(4): 591–600.
- Mocanu, S. dan Commault, C. (1999). Sparse representation of phase-type distributions. *Communications in Statistics: Stochastic Models*, 15(4): 759–778.
- Moler, C. B. dan Van Loan, C. F. (1978). Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix. *SIAM Review*, 20(4): 801–836.
- Moler, C. B. dan Van Loan, C. F. (2003). Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix, twenty-five years later. *SIAM Review*, 45(1): 3–49.
- Neuts, M. F. (1981). *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models: An Algorithmic Approach*. Dover.
- Pavlyk, O. (2013). *Centennial of Markov Chains*. Wolfram Blog.

- Pulungan, R. (2009). Reduction of Acyclic Phase-Type Representations. Ph.D. dissertation, Saarland University, Germany.
- Pulungan, R. dan Hermanns, H. (2009). Acyclic minimality by construction—almost. *2009 Sixth International Conference on the Quantitative Evaluation of Systems*, Sept 2009, pp. 63–72.
- Pulungan, R. dan Hermanns, H. (2015). A construction and minimization service for continuous probability distributions. *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, 17: 77–90.
- Pulungan, R. dan Hermanns, H. (2018). Transient analysis of CTMCs: Uniformization or matrix exponential? *IAENG International Journal of Computer Science*, 45(2): 267–274.
- Pulungan, R. dan Hermanns, H. (2022). Fitting acyclic phase-type distributions by orthogonal distance. *Advances in Computational Design*, 7(1), 37–56.
- Reinecke, P., Krauß, T. dan Wolter, K. (2012). Cluster-based fitting of phase-type distributions to empirical data. *Comput. Math. Appl.*, 64(12): 3840–3851.
- Reinecke, P., Krauß, T. dan Wolter, K. (2013). Phase-type fitting using HyperStar, Proceedings of the 10th European Workshop on Performance Engineering (EPEW), Venice, Italy, September.
- Ross, S. M. (2007). *Introduction to Probability Models*. Elsevier, Inc., 9th edition.
- Sandoval, C.A.O., Tizani, W. dan Koch, C. (2018). A method for discrete event simulation and building information modelling integration using a game engine. *Advances in Computational Designs*, 3(4): 405–418.
- Tijms, H. C. dan Veldman, R. (2000). A Fast Algorithm for the Transient Reward Distribution in Continuous-Time Markov Chains. *Operations Research Letters*, 26: 155–158.

- Thümmeler, A., Buchholz, P. dan Telek, M. (2006). A novel approach for phase-type fitting with the EM algorithm. *IEEE T. Depend. Secure*, 3(3): 245–258.
- Zeng, X., Shu, L., dan Jiang, J. (2016). Fuzzy time series forecasting based on grey model and Markov chain. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 46(4): 464–472.

BIODATA



Nama : Mhd. Reza M. I. Pulungan
 Tempat lahir : Sibuhuan
 Tanggal lahir : 1 November 1975
 NIP : 197511012002121002
 Jabatan : Guru Besar dalam Bidang
 Ilmu Komputer pada
 Departemen Ilmu Komputer
 dan Elektronika Fakultas
 Matematika dan Ilmu
 Pengetahuan Alam
 Universitas Gadjah Mada
 Pangkat/Gol. : IVb/Pembina Tingkat I
 Email : pulungan@ugm.ac.id

Alamat Kantor : Gedung KPTU FMIPA UGM, Sekip Utara,
Bulaksumur, Sleman, Yogyakarta 55281

Alamat Rumah : Jl. Kaliurang Km 8, Ngabean Kulon NG III
No. 30 RT/RW 006/036, Sinduharjo, Ngaglik,
Sleman, Yogyakarta 55581

Keluarga:

Istri : Sri Arum Sumartini Zubaidah, S.Kom., M.Cs.

Anak : 1. Eliana Annadhirah Pulungan
2. Alyssa Majidah Pulungan
3. Faris Alyan Pulungan

Riwayat Pendidikan:

1. 1982–1988: SD Negeri 1 Sibuhuan
2. 1984–1988: Madrasah Ibtidaiyah YAPI Sibuhuan

3. 1988–1991: SMP Negeri 1 Sibuhuan
4. 1991–1994: SMA Negeri 2 Padangsidimpuan
5. 1994–1999: Sarjana Ilmu Komputer Universitas Gadjah Mada, Indonesia
6. 2002–2004: Master Telematica Universiteit Twente, Belanda. Tesis: *Model Checking Markov Reward Models with Impulse Rewards*. Advisor: Prof. Dr. Ir. Joost-Pieter Katoen, PDEng. dan Dr. Lucia Cloth.
7. 2004–2009: Doktor Informatik Universität des Saarlandes, Jerman. Disertasi: *Reduction of Acyclic Phase-Type Representations*. Advisor: Prof. Dr.-Ing. Holger Hermanns.

Riwayat Pekerjaan:

1. 2002–sekarang: Dosen Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika, FMIPA UGM
2. 2021–sekarang: Wakil Dekan bidang Keuangan, Aset, dan Sumber Daya Manusia FMIPA UGM
3. 2016–2021: Wakil Dekan bidang Perencanaan dan Sistem Informasi FMIPA UGM
4. 2016: Sekretaris Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika, FMIPA UGM
5. 2011–2016: Ketua Program Studi Ilmu Komputer, Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika, FMIPA UGM
6. 2010–2011: Wakil Ketua Program Studi S2/S3 Ilmu Komputer, Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika, FMIPA UGM

Publikasi Ilmiah Pilihan:

1. Rini Widyaningrum, Enny Itje Sela, Reza Pulungan, Anindita Septiarini: Automatic Segmentation of Periapical Radiograph Using Color Histogram and Machine Learning for Osteoporosis Detection. *International Journal of Dentistry*, 6662911, 2023.
2. Umar Taufiq, Reza Pulungan, Yohanes Suyanto: Named entity recognition and dependency parsing for better concept extraction in summary obfuscation detection. *Expert Systems with Applications*, 217, 2023.

3. Dewi Pramudi Ismi, Reza Pulungan, Afiahayati: Deep learning for protein secondary structure prediction: Pre and post-AlphaFold. *Computational and Structural Biotechnology Journal*, 20, 2022.
4. Bambang Riyono, Reza Pulungan, Andi Dharmawan, Anhar Riza Antariksawan: A hybrid machine learning approach for improving fuel temperature prediction of research reactors under mix convection regime. *Results in Engineering*, 15, 2022.
5. Bambang Riyono, Reza Pulungan, Andi Dharmawan, Anhar Riza Antariksawan: Experimental investigation on the thermohydraulic parameters of Kartini research reactor under variation of the primary pump flow. *Applied Thermal Engineering*, 213, 2022.
6. Ridowati Gunawan, Edi Winarko, Reza Pulungan: Performance comparison of inertia weight and acceleration coefficients of BPSO in the context of high-utility itemset mining. *Evolutionary Intelligence*, 2022.
7. Reza Pulungan, Holger Hermanns: Fitting acyclic phase-type distributions by orthogonal distance. *Advances in Computational Design*, 7(1), 37-56, 2022.
8. Aldila Putri Linanzha, Reza Pulungan: Software Agent and Data Marker for Data Synchronization in Integrated Systems. In *3rd International Conference of Science and Information Technology in Smart Administration (ICSINTESA)*, 2022, pp. 148-153.
9. Laura Haryo and Reza Pulungan: Performance Evaluation of Regular Decomposition and Benchmark Clustering Methods. In: Dang, T.K., Küng, J., Chung, T.M. (eds) *Future Data and Security Engineering. Big Data, Security and Privacy, Smart City and Industry 4.0 Applications. FDSE 2022*. Communications in Computer and Information Science, vol 1688. Springer, Singapore.
10. Zhi-Sheng Chen, Reza Pulungan, Yung-Hui Li, Farchan Hakim Raswa, Agus Harjoko, Jia-Ching Wang, Indra Yusuf Kinarta, Chung-Ting Lee: Fingerprint Liveness Detection Using Handcrafted Feature Descriptors and Neural Network. In *2022 IEEE 11th Global Conference on Consumer Electronics (GCCE)*, Osaka, Japan, 2022, pp. 619-621.

11. Farchan Hakim Raswa, Indra Yusuf Kinarta, Reza Pulungan, Agus Harjoko, Chungting Lee, Yung-Hui Li, Jia-Ching Wang: Fingerprint Liveness Detection Using Denoised-Bayes Shrink Wavelet and Aggregated Local Spatial and Frequency Features. *2022 International Conference on Machine Learning and Cybernetics (ICMLC)*, 2022, pp. 103-108.
12. Lilis Setianingsih, Reza Pulungan, Agfianto Eko Putra, Moh Edi Wibowo, Syarip: Risk Assessment Methods for Cybersecurity in Nuclear Facilities: Compliance to Regulatory Requirements. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 12(9), 714-722, 2021.
13. Anastasia Rita Widiarti, Reza Pulungan: A method for solving scriptio continua in Javanese manuscript transliteration. *Heliyon* 6 (4), e03827, 2020.
14. Ridowati Gunawan, Edi Winarko, Reza Pulungan: A BPSO-based method for high-utility itemset mining without minimum utility threshold. *Knowledge-Based Systems* 190, 105164, 2020.
15. Muhammad Zainal Abidin, Reza Pulungan: A Systematic Review of Machine-vision-based Smart Parking Systems. *Scientific Journal of Informatics*, 7(2), 213-227, 2020.
16. Ardhi Wiratama Baskara Yudha, Reza Pulungan, Henry Hoffmann and Yan Solihin: A Simple Cache Coherence Scheme for Integrated CPU-GPU Systems. *2020 57th ACM/IEEE Design Automation Conference (DAC)*, San Francisco, CA, USA, 2020, pp. 1-6.
17. Pande Nyoman Ariyuda Semadi, Reza Pulungan: Improving learning vector quantization using data reduction. *International Journal of Advances in Intelligent Informatics*, 5(3), 218-229, 2019.
18. Agus Harjoko, Adi Prahara, Tri Wahyu Supardi, Ika Candradewi, Reza Pulungan, Sri Hartati: Image processing approach for grading tobacco leaf based on color and quality. *International Journal on Smart Sensing & Intelligent Systems*, 12(1),1-10, 2019.
19. Enny Itje Sela, Reza Pulungan, Rini Widyaningrum, Rurie Ratna Shantiningsih: Method for Automated Selection of the Trabecular

- Area in Digital Periapical Radiographic Images Using Morphological Operations. *Healthcare Informatics Research*, 25(3):193, 2019.
20. Juan Rizky Manuel Ledoh, Reza Pulungan: Parallelization of Padé Approximation of Matrix Exponential with CUDA-Aware MPI. *2019 5th International Conference on Science and Technology (ICST)*, 2019, pp. 1-6.
 21. Lia Farhatuaini, Reza Pulungan: Parallelization of Uniformization Algorithm with CUDA-Aware MPI. *2019 7th International Conference on Information and Communication Technology (ICoICT)*; 2019.
 22. Enny Itje Sela, Reza Pulungan: Osteoporosis identification based on the validated trabecular area on digital dental radiographic images. *Procedia Computer Science* 2019; 157:282-289.
 23. Abas Setiawan, Reza Pulungan: Deep Belief Networks for Recognizing Handwriting Captured by Leap Motion Controller. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 8(6), 4693-4704, 2018.
 24. Anindita Septiarini, Agus Harjoko, Reza Pulungan, Retno Ekantini: Automated Detection of Retinal Nerve Fiber Layer by Texture-Based Analysis for Glaucoma Evaluation. *Healthcare Informatics Research*, 24(4), 335, 2018.
 25. Wiwin Sulisty, Subanar Subanar, Reza Pulungan: Development of a Spatial Path-Analysis Method for Spatial Data Analysis. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 8(4), 2456-2467, 2018.
 26. Gandung Triyono, Sri Hartati, Reza Pulungan, Lutfan Lazuardi: E-referral system modeling using fuzzy multiple-criteria decision making. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 11(2), 2018.
 27. Anindita Septiarini, Agus Harjoko, Reza Pulungan, Retno Ekantini: Automatic detection of peripapillary atrophy in retinal fundus images using statistical features. *Biomedical Signal Processing and Control*; 45, 2018.

28. Reza Pulungan, Holger Hermanns: Transient analysis of CTMCs: Uniformization or matrix exponential?. *IAENG International Journal of Computer Science*, 45(2):267-274, 2018.
29. Muhamad Radzi Rathom, Reza Pulungan: A coarse-grained parallelization of genetic algorithms. *International Journal of Advances in Intelligent Informatics*, 4(1), 2018.
30. Indra, Edi Winarko, Reza Pulungan: Trending Topics Detection of Indonesian Tweets Using BN-grams and Doc-p. *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*; 31(2), 2018.
31. Inez Fiona Sutanto, Reza Pulungan: An Improved Implementation of Discretization Algorithm for Markov Reward Models. *4th International Conference on Science and Technology (ICST)*, Yogyakarta; 2018.
32. Anindita Septiarini, Reza Pulungan, Agus Harjoko, Retno Ekantini: Peripapillary Atrophy Detection in Fundus Images Based on Sectors with Scan Lines Approach. *2018 Third International Conference on Informatics and Computing (ICIC)*; 2018.
33. Erwin Eko Wahyudi, Reza Pulungan: Counterexample Generation for Ping-Pong Protocols Security Checking Algorithm. *2018 6th International Conference on Information and Communication Technology (ICoICT)*; 2018.
34. Putu Sugiartawan, Reza Pulungan, Anny Kartika: Prediction by a Hybrid of Wavelet Transform and Long-Short-Term-Memory Neural Network. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*; 8(2), 2017.
35. Anindita Septiarini, Agus Harjoko, Reza Pulungan, Retno Ekantini: Optic disc and cup segmentation by automatic thresholding with morphological operation for glaucoma evaluation. *Signal Image and Video Processing*; 11, 945-952 2017.
36. M. Ridwan Apriansyah Budikafa, Reza Pulungan: Parallelization of modular exponentiations of polynomials. *2017 3rd International Conference on Science and Technology - Computer(ICST)*; 2017.

37. Eko Dwi Nugroho, Moh Edi Wibowo, Reza Pulungan: Parallel implementation of genetic algorithm for searching optimal parameters of artificial neural networks. *2017 3rd International Conference on Science and Technology - Computer(ICST)*; 2017.
38. Suprpto, Retantyo Wardoyo, Belawati H. Widjaja, Reza Pulungan: A Formal Proof of Correctness of Construct Association from PROMELA to Java. *IAENG International Journal of Computer Science*; 42(4):313-331, 2015.
39. Reza Pulungan, Holger Hermanns: A construction and minimization service for continuous probability distributions. *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*; 17, 77-90, 2015.
40. Michael Bungert, Holger Hermanns, Reza Pulungan: A Compression App for Continuous Probability Distributions. *International Conference on Quantitative Evaluation of Systems QEST*; 2015.
41. Hermawan Syahputra, Agus Harjoko, Retantyo Wardoyo, Reza Pulungan: Plant Recognition Using Stereo Leaf Image Using Gray-Level Co-occurrence Matrix. *Journal of Computer Science*; 10(4):697-704, 2014.
42. Florian Arnold, Holger Hermanns, Reza Pulungan, Mariëlle Stoelinga: Time-Dependent Analysis of Attacks. *International Conference on Principles of Security and Trust*; 2014.
43. Eckard Böde, Marc Herbstritt, Holger Hermanns, Sven Johr, Thomas Peikenkamp, Reza Pulungan, Jan Rakow, Ralf Wimmer, Bernd Becker: Compositional Dependability Evaluation for STATEMATE. *IEEE Transactions on Software Engineering*; 35:274-292, 2009.
44. Pepijn Crouzen, Reza Pulungan: Acyclic Phase-Type Distributions in Fault Trees. *9th International Workshop on Performability Modeling of Computer and Communication System, PMCCS-9*, 17-18 September 2009, Eger, Hungary; 2009.
45. Reza Pulungan, Holger Hermanns: Acyclic Minimality by Construction-Almost. *QEST 2009, Sixth International Conference on the Quantitative Evaluation of Systems*, Budapest, Hungary, 13-16 September 2009; 2009.

46. Reza Pulungan, Holger Hermanns: Effective Minimization of Acyclic Phase-Type Representations. Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications, *15th International Conference, ASMTA 2008*, Nicosia, Cyprus, June 4-6, 2008.
47. Reza Pulungan, Holger Hermanns: The Minimal Representation of the Maximum of Erlang Distributions.. *Proceedings 14th GI/ITG Conference on Measurement, Modelling and Evaluation of Computer and Communication Systems (MMB 2008)*, March 31 - April 2, 2008, Dortmund, Germany; 2008.
48. Christian Groß, Holger Hermanns, Reza Pulungan: Does Clock Precision Influence ZigBee's Energy Consumptions?. *Principles of Distributed Systems, 11th International Conference, OPODIS 2007*, Guadeloupe, French West Indies, December 17-20, 2007. Proceedings; 2007.
49. Eckard Böde, Marc Herbstritt, Holger Hermanns, Sven Jahr, Thomas Peikenkamp, Reza Pulungan, Ralf Wimmer, Bernd Becker: Compositional performability evaluation for STATEMATE. *Third International Conference on the Quantitative Evaluation of Systems QEST*, 2006.
50. Lucia Cloth, Joost-Pieter Katoen, Maneesh Khattri, Reza Pulungan: Model Checking Markov Reward Models with Impulse Rewards. *2005 International Conference on Dependable Systems and Networks (DSN 2005)*, 28 June - 1 July 2005, Yokohama, Japan, Proceedings; 2005.